Olimpiada Nacional de Matemática 2016

Tercera Fase - Nivel 1

Viernes, 25 de noviembre de 2016

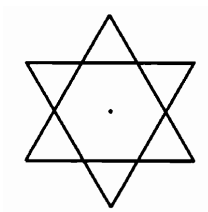
Problema 1. Se tiene el número

$$N = 101010101010...$$

que se forma con unos y ceros de forma alternada. Si se sabe que N tiene 2016 dígitos en total, determinar la suma de los dígitos de N.

Problema 2. Jorge le debe a Vicente 35 centavos y tiene un bolsillo lleno de monedas de 5 centavos, monedas de 10 centavos, y monedas de 25 centavos las cuales puede usar para pagarle. Encontrar la diferencia entre el mayor número de monedas que puede usar y el menor número de monedas que puede usar para pagarle.

Problema 3. Cuando dos triángulos equiláteros comparten un centro común, su unión puede ser una estrella, como la figura.



Su región común es un hexágono regular con área 60. Encontrar el área de uno de los triángulos equiláteros originales.

Problema 4. Demostrar que 93 no se puede escribir como la suma de 2 primos.

Problema 5. Sea P un punto en el interior de un cuadrado $ABCD$. Si las áreas de los triángulos PDA y PBC son 4 y 6 respectivamente, calcular la longitud del lado del cuadrado.

Problema 6. ¿Es posible que la suma de dos primos consecutivos sea el doble de otro primo?

Problema 7. Los números $1, 2, 3, \ldots, 16$ son distribuidos en las casillas de un tablero de 4×4 de tal forma que ningún número se repita. Luego, para cada fila se sombrea con lápiz la casilla que tiene escrito el número mayor y a continuación se hace lo mismo con cada una de las columnas y con cada una de las dos diagonales. ¿Cuál es el menor número de casillas que quedarán sombreadas al terminar el proceso, cualquiera que sea la distribución de los 16 números en las casillas?

Tiempo de duración: 3 horas.
Cada problema vale 7 puntos.