

Olimpiada Nacional de Matemática 2016
Fase Final - Nivel 2

Criterios de calificación

Problema 1.

- Indicar que $d \geq 6$ (1 punto)
- Demostrar que $d \geq 6$ (1 punto)
- Analizar cada caso $d = 6, d = 7, d = 8, d = 9$ (1 punto cada uno)
- Sumar los casos correctamente (1 punto)

Problema 2.

Solución 1:

- Llegar a que $y^2 = 3(3x^2 + 30x + 95)$ (1 punto)
- Demostrar que 3 divide a y^2 (2 puntos)
- Demostrar que 9 divide y^2 (1 punto)
- Llegar a que 3 debe dividir a 95 (2 puntos)
- Concluir el problema (1 punto)

Solución 2:

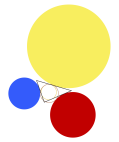
- Llegar a que $9x^2 + 90x + 285 - y^2 = 0$ (1 punto)
- Plantear la ecuación general de la cuadrática (1 punto)
- Demostrar que $3 \mid \sqrt{y^2 - 60}$ (1 punto)
- Demostrar que $9 \mid y^2 - 60$ (1 punto)
- Determinar que $y^2 \equiv 60 \pmod{9}$ (2 puntos)
- Concluir el problema (1 punto)

Solución 3:

- Llegar a que $60 = y^2 - (3x + 15)^2$ (1 punto)
- Demostrar que $y > 3x + 17$ (2 puntos)
- Demostrar que $y^2 - (3x + 15)^2 > 60$ (3 puntos)
- Concluir el problema (1 punto)

Problema 3.

- Demostrar que K pertenece a la mediatriz de P_1P_{2011} (1 punto)
- Demostrar que K pertenece a la mediatriz de $P_{1000}P_{2000}$ (1 punto)



- Concluir que K es el centro de la circunferencia (2 puntos)
- Indicar que $KP_{2016} = 2016$ (1 punto)
- Demostrar que si $P_{1000}P_{2000} \parallel P_1P_{2011} \Rightarrow KP_{2016}$ puede tomar cualquier valor (2 puntos)

Problema 4.

Solución 1:

- Escribir expresiones para S y T (3 puntos)
- Llegar a que $S + \frac{T}{2} = 51n$ (2 puntos)
- Llegar a que $\frac{3n(n+1)}{4} = 51n$ (1 punto)
- Concluir que $n = 67$ (1 punto)

Solución 2:

- Escribir expresiones para S y T (3 puntos)
- Resolver la ecuación $S = T$ (3 puntos)
- Concluir que $n = 67$ (1 punto)

No acumulable:

- Indicar que $S = \frac{n(n+1)}{2}$ (1 punto)

Problema 5.

- Construir AC y denotar la intersección de AC con DB (2 puntos)
- Demostrar que $(EFB) = 50$ (2 puntos)
- Llegar a que $(ABD) = 300$ (2 puntos)
- Concluir que $(FBE) = 250$ (1 punto)

Problema 6.

- Demostrar que $(2a - 1)(2b - 1) \geq 2ab - 1$ con su caso de igualdad (2 puntos)
- Demostrar que $(2a - 1)(2b - 1)(2c - 1)(2d - 1) \geq 2abcd - 1$ con su caso de igualdad (2 puntos)
- Determinar la forma de los números $\overline{1111}, \overline{a111}, \overline{1b11}, \overline{11c1}, \overline{111d}$ (2 puntos)
- Calcular la cantidad de números adecuadamente (1 punto)