



Olimpiada Nacional de Matemática 2016
Fase Final - Nivel 3

Criterios de calificación

Problema 1.

Solución 1:

- Llegar a que $y^2 = 3(3x^2 + 30x + 95)$ (1 punto)
- Demostrar que 3 divide a y^2 (2 puntos)
- Demostrar que 9 divide y^2 (1 punto)
- Llegar a que 3 debe dividir a 95 (2 puntos)
- Concluir el problema (1 punto)

Solución 2:

- Llegar a que $9x^2 + 90x + 285 - y^2 = 0$ (1 punto)
- Plantear la ecuación general de la cuadrática (1 punto)
- Demostrar que $3 \mid \sqrt{y^2 - 60}$ (1 punto)
- Demostrar que $9 \mid y^2 - 60$ (1 punto)
- Determinar que $y^2 \equiv 60 \pmod{9}$ (2 puntos)
- Concluir el problema (1 punto)

Solución 3:

- Llegar a que $60 = y^2 - (3x + 15)^2$ (1 punto)
- Demostrar que $y > 3x + 17$ (2 puntos)
- Demostrar que $y^2 - (3x + 15)^2 > 60$ (3 puntos)
- Concluir el problema (1 punto)

Problema 2.

Solución 1:

- Indicar que los vértices se dividen en dos conjuntos (1 punto)
- Indicar que $a + b = 2017$ (1 punto)
- Indicar que a o b es par (1 punto)
- Afirmar que la recta sólo corta a las diagonales que se forman uniendo puntos de un conjunto con los del otro conjunto (2 puntos)
- Restar 2 de ab (1 punto)
- Concluir que $ab - 2$ es par (1 punto)



- No acumulable:
 - Decir que si la recta l intersecciona a dos lados consecutivos entonces intersecciona a 2014 diagonales, o cualquier otro caso particular sobre el mismo polígono de 2017 vértices.....(1 punto)

Solución 2:

- Indicar que los vértices se dividen en dos conjuntos (1 punto)
- Indicar que, de 2014 diagonales que salen de cada vértice, solo las que cruzan de un conjunto a otro cortan a la recta..... (2 puntos)
- Mencionar la cuenta de las diagonales que salen de cada vértice en un conjunto..... (1 punto)
- Mencionar el descuento del doble de las diagonales que se quedan en el mismo semiplano.....(2 puntos)
- Concluir que la resta de las dos cuentas anteriores es par.....(1 punto)

Problema 3.

Solución 1:

- APC y MPQ son congruentes.....(1 punto)
- MPQ es el resultado de rotar 60° al triángulo APC (1 punto)
- Las rectas MQ y AD forman un ángulo de 60° (1 punto)
- Demostrar que NQM y NDB son congruentes (2 puntos)
- NDB es el resultado de rotar 60° al triángulo NQM (1 punto)
- NBM es equilátero, $\angle MBN = 60^\circ$ (1 punto)
- No acumulable:
 - Solución completa para una configuración específica..... (4 puntos)

Solución 2 (Por geometría analítica):

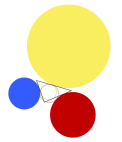
- Solución completa (7 puntos)
- Si existe al menos un error de cualquier tipo..... (0 puntos)

Problema 4.

- Construir AC y denotar la intersección de AC con DB (2 puntos)
- Demostrar que $(EFB) = 50$ (2 puntos)
- Llegar a que $(ABD) = 300$ (2 puntos)
- Concluir que $(FBE) = 250$ (1 punto)

Problema 5.

- Demostrar que $(2a - 1)(2b - 1) \geq 2ab - 1$ con su caso de igualdad (2 puntos)



- Demostrar que $(2a - 1)(2b - 1)(2c - 1)(2d - 1) \geq 2abcd - 1$ con su caso de igualdad (2 puntos)
- Determinar la forma de los números $\overline{1111}, \overline{a111}, \overline{1b11}, \overline{11c1}, \overline{111d}$ (2 puntos)
- Calcular la cantidad de números adecuadamente (1 punto)

Problema 6.

- Considerar c_i del conjunto $0, 1$, hay 2^n valores para S (1 puntos)
- Por el principio de las casillas debemos tener que $n^3 \geq 2^n - 1$ (3 puntos)
- Decir que n es a lo mucho 9 (1 punto)
- Construir ejemplo para 9 y concluir (2 puntos)