

Olimpiada Nacional de Matemática 2016
Fase Final - Nivel U

Criterios de calificación

Problema 1.

- Representar los objetos claves con expresiones convenientes (1 punto)
- Expresar la raíz de P'' en función de las raíces originales (3 puntos)
- Demostrar que la raíz se mueve sobre una recta paralela a r (3 puntos)

Problema 2.

- Expresar la propiedad que el determinante de la suma es igual a la suma de los determinantes cuando se tienen todas las filas (columnas) iguales excepto una (1 punto)
- Usar la propiedad anterior para reducir el número de determinantes y que la cantidad de números en los grupos son iguales (2 puntos)
- Hallar el valor para $n = 1$ (1 punto)
- Hallar el valor para $n = 2$ (1 punto)
- Demostrar que para $n > 2$, las últimas dos filas son iguales (1 punto)
- Concluir para $n > 2$ (1 punto)

Problema 3.

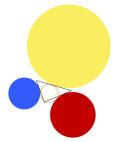
- Dividir la integral en dos partes (1 punto)
- Demostrar que la integral converge (1 punto)
- Sustitución $\frac{1}{t}$ por t y simplificar (2 puntos)
- Segunda sustitución y simplificar (2 puntos)
- Hallar correctamente la respuesta (1 punto)

Problema 4.

- Descomponer cada término en dos partes (2 puntos)
- Usar la propiedad telescópica de la suma para simplificar S_N (2 puntos)
- Simplificar usando el límite adecuado (2 puntos)
- Hallar correctamente la respuesta (1 punto)

Problema 5.

- Definir a_n, b_n, c_n y d_n correctamente (1 punto)



- Hallar las recurrencias (2 puntos)
- Resolver las recurrencias (3 puntos)
- Hallar correctamente la respuesta (1 punto)

Problema 6.

- Factorizar correctamente $2a$ de forma única (1 punto)
- Simplificar la intersección de S y $2S$ en función de la factorización anterior (1 punto)
- Demostrar que S tiene una cantidad par de elementos (1 punto)
- Demostrar que el producto de x_a es igual a $(-1)^N$ (1 punto)
- Demostrar que $(-1)^N$ es igual a $2^{\frac{p^2-1}{2}}$ en F (1 punto)
- Usar el teorema de Fermat para hallar $2^{\frac{p^2-1}{2}}$ (1 punto)
- Concluir (1 punto)

