

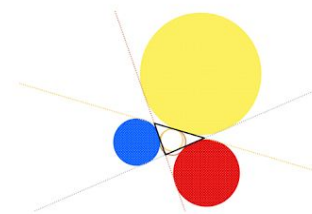


**Olimpiada Matemática Ecuatoriana**  
**Departamento Académico**

**“Academia de Matemáticas y  
Olimpiada Matemática Interna”**

**Unidad Educativa**

**Año Lectivo  
2017 - 2018**



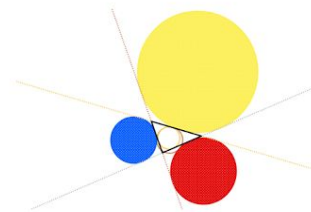
## Academia y Olimpiada Interna

La comunidad científica mundial, a través de las más prestigiosas universidades del planeta, impulsa varias competencias internacionales de altísimo nivel académico conocidas como **Olimpiadas de Matemáticas**, cuyo fin es facilitar el contacto de estudiantes con otros jóvenes de distintas nacionalidades y culturas, quienes serán la avanzada científica de nuestro planeta en muy pocos años.

Desde 1999 nuestra organización se encarga de detectar, formar y preparar los talentos matemáticos que conforman los equipos que representan al país en varias competencias olímpicas a las que somos invitados, entre ellas el **Mundial de Matemáticas (IMO)**, la Olimpiada Femenina Europea (**EGMO**), la Olimpiada del Asia-Pacífico (**APMO**), la Olimpiada de Países del **Cono Sur** y otras más. Varios años de esfuerzo y los evidentes resultados nos lleva a decir con orgullo que el Ecuador se encuentra entre los serios competidores a nivel sudamericano. El progreso académico de nuestros estudiantes no sólo ha rendido frutos en el ámbito competitivo internacional sino que también los ha puesto en la mira de varias reconocidas universidades. Muchos de nuestros alumnos han aprovechado estos acercamientos para tramitar sus **becas** de estudios.

El aporte brindado por las instituciones educativas interesadas en impulsar esta cruzada les permitió cosechar un incremento significativo en el interés manifestado tanto por padres de familia como por los mismos alumnos. Involucrarse como institución también produjo un auge en el entusiasmo contagiante de los estudiantes y sus propios compañeros. El presente proyecto es una de las múltiples actividades de nuestra organización. Con él brindamos la oportunidad a más unidades educativas interesadas en formar parte del selecto grupo de instituciones que impulsa esta cruzada y aporta a la misma. Incluye dos partes. Organizar una olimpiada interna de cuatro fases en la que participe toda la secundaria y dar entrenamiento de nivel Olímpico a un selecto grupo de estudiantes del plantel.

Queremos ser un modelo de progreso científico y cultural contribuyendo de manera continua al desarrollo del universo matemático del Ecuador y América Latina con estudiantes reconocidos no



sólo por su excelencia académica sino también por su calidad humana, liderazgo y responsabilidad social.

### **Antecedentes**

En 1986, el **Colegio San José - La Salle de Guayaquil**, creó el primer “**Club de Matemáticas**” de la ciudad. El objetivo del club de ese entonces fue tener un equipo de estudiantes que estén adecuadamente preparados para competir en condiciones de equidad en concursos que solían tener una trascendencia provincial, como máximo. Debido al éxito obtenido gracias a las actividades del club, otras instituciones educativas, como el **Instituto Particular Abdón Calderón**, **Liceo Cristiano de Guayaquil**, **Logos Academy**, etc., instauraron modelos similares de clubes de matemáticas en sus respectivos programas de actividades. Este fenómeno, no sólo ha permitido que los colegios con academias obtengan mejores resultados en las competencias locales, sino que además ha contribuido significativamente a incrementar el nivel competitivo de nuestros estudiantes que representan al país en Olimpiadas Internacionales.

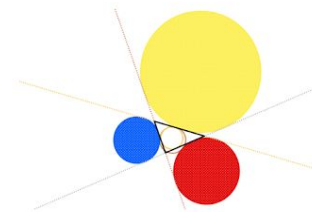
Hoy en día los alumnos de secundaria del país se enfrentan a una realidad muy distinta a la de hace unos cuantos años. Fruto del trabajo de estos clubes, ahora nuestros jóvenes más talentosos aspiran a competir en la **Olimpiada Mundial de Matemáticas (IMO)** con la pretensión de ganar medallas, y en ese recorrido, con ese "pretexto", alcanzar una formación matemática que es una gran ventaja competitiva en el mundo de hoy. Prueba de aquello es que reconocidas universidades de Canadá y Europa han brindado becas completas a quienes han logrado medallas en la IMO.

### **Objetivos Generales:**

- Detectar y formar talentos matemáticos de la institución que representen al Ecuador en las diferentes competencias de **Olimpiadas Matemáticas** a nivel Internacional.

### **Objetivos Específicos:**

- Elaborar una **Olimpiada Matemática Interna** de cuatro fases en la que participen todos los estudiantes de secundaria. Esta competencia interna tendría características muy similares a



la *Olimpiada Nacional* organizada por la OMEC, instaurando así el ambiente competitivo necesario que motive a obtener cada vez mejores resultados.

- Armar dos grupos de entrenamiento con los estudiantes más talentosos de secundaria. Estos jóvenes pertenecerían oficialmente a la **Academia de Matemáticas** de la institución y formarían los equipos de quienes representen al plantel en las diferentes competencias matemáticas a participar.
- Crear y mantener una fructífera **Academia de Matemáticas** capaz de ser académicamente autosuficiente en un plazo tres años.

### **Beneficiarios y Localización**

Está dirigido a todos los estudiantes de secundaria, que incluye desde Octavo de Educación Básica hasta Tercero de Bachillerato. El lugar de trabajo será asignado por las autoridades del plantel, de acuerdo a los horarios de trabajo de la Academia.

### **Actividades y Plan de Trabajo**

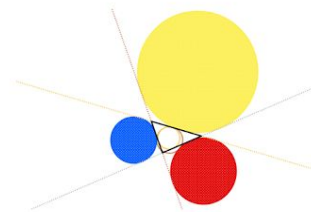
La Academia debe empezar por recolectar información objetiva de los alumnos de secundaria, para proceder a convocar a sus integrantes y mantener un plan de desarrollo individual en un ambiente permanentemente competitivo de manera que los estudiantes se sientan motivados a participar durante todo el año. La Olimpiada Matemática Interna, en la que participan todos los alumnos de secundaria de la institución, se encargaría de aprovechar el ambiente competitivo recientemente instaurado para reclutar a los miembros de la Academia para los entrenamientos.

Es necesario separar a los estudiantes en **tres niveles** de competencias:

- ❖ *Primer nivel*, **octavo** y **noveno** de educación básica.
- ❖ *Segundo nivel*, **décimo** de educación básica y **primero** de bachillerato.
- ❖ *Tercer nivel*, **segundo** y **tercero** de bachillerato.

La Olimpiada interna tendrá cuatro fases o etapas distribuidas durante el año lectivo de la siguiente manera:

- ❑ **Primera Fase**, o fase de detección inicial de talentos.
- ❑ **Segunda Fase**. Clasifican los mejores de la primera fase



- ❑ **Tercera Fase (Semifinal).** Clasifican los mejores de la segunda fase.
- ❑ **Cuarta Fase (Final).** Clasifican los mejores de la tercera fase.

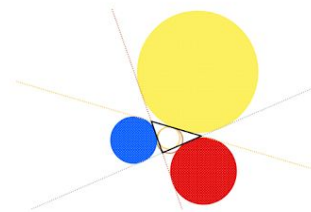
La **primera fase** es una prueba de detección de talentos. Será aplicada a toda la secundaria al iniciar el año lectivo, de preferencia durante la primera semana del mes de mayo. Es una prueba de opciones múltiples con veinticinco (25) enunciados a ser resueltos en ciento veinte minutos (120 min). De esta prueba obtenemos los mejores resultados de cada nivel, quienes clasificarán a la segunda fase.

La **segunda fase** tendrá lugar en la primera semana de junio. Será aplicada a los estudiantes que obtuvieron los mejores puntajes en la primera fase, por nivel. Es una prueba de opciones múltiples con quince (15) enunciados a ser resueltos en ciento veinte minutos (120 min). De los resultados de esta segunda fase cosechamos la información inicial que nos permitirá constituir **dos grupos de entrenamiento**: el grupo de Ciclo Básico y el de Ciclo Diversificado. Tanto el entrenamiento cotidiano con ambos grupos, como el desempeño mostrado en las distintas fases de la Olimpiada interna irá afinando la cantidad y calidad de los grupos.

En la medida que se acerque la "temporada de competencias", usualmente a mediados de agosto, se formará un **grupo de selección** al que se otorga prioridad máxima para entrenar. Se modifica los horarios de entrenamiento de tal manera que se intensifique la atención al grupo de selección sin abandonar al resto de estudiantes que iniciaron el proceso. Se mantendrá también lista semanal de problemas que les permita trabajar en forma personalizada, recibiendo la retroalimentación de su entrenador o aprovechando recursos de medios electrónicos como el internet.

La **tercera fase o fase semifinal** tendrá lugar en agosto. Será aplicada a los estudiantes que obtuvieron los mejores puntajes en la segunda fase, por nivel. Es una prueba de desarrollo con diez (10) enunciados a ser resueltos en tres horas (3 hrs).

La **cuarta fase o fase final** tendrá lugar a fines de noviembre o primera semana de diciembre. Será aplicada a los estudiantes que obtuvieron los mejores diez (10) puntajes de la semifinal, por nivel. Es una prueba de desarrollo con 5 problemas para ser resueltos en cuatro horas y media (4.5 hrs).



De acuerdo a su desempeño final en la **cuarta fase**, se otorgarán medallas en todos los niveles según la siguiente distribución, por lo menos:

- dos Medallas de Oro,
- tres Medallas de Plata
- cinco Medallas de Bronce por cada nivel.

Un total de al menos 30 medallistas. De este grupo de estudiantes, quienes destacaron en la Olimpiada interna del colegio, representarán a la institución en las diferentes competencias a participar. **Además merecerán ser distinguidos con una premiación realizada en la ceremonia de clausura al finalizar el año, u otro marco equivalente.** Los entrenamientos intensivos del grupo de selección culminan la última semana de enero, coincidiendo así con la finalización de la temporada anual de competencias matemáticas.

## Calendario

### → Mayo

**Primera fase Olimpiada Interna.** Última semana de mayo.

### → Junio

**Segunda fase Olimpiada Interna.**

Inicio de **entrenamientos regulares**: dos días a la semana, cuatro horas cada día.

### → Julio

Continúan **entrenamientos regulares**: dos días a la semana, cuatro horas cada día.

### → Agosto

**Tercera fase Olimpiada Interna.**

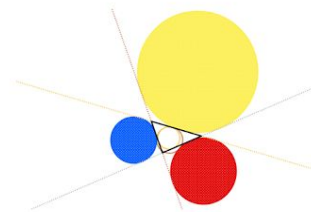
El grupo de selección se reduce y los **entrenamientos** se intensifican: tres días a la semana, tres horas cada día.

### → Septiembre

**Entrenamientos intensivos**: tres días a la semana, tres horas cada día.

### → Octubre

Continúan los **entrenamientos intensivos** con el grupo de selección



→ **Noviembre**

Continúan los **entrenamientos intensivos** con el grupo de selección

→ **Diciembre**

Continúan los **entrenamientos intensivos** con el grupo de selección

→ **Enero**

**Fase Final Olimpiada Interna.**

Los **entrenamientos intensivos** con el grupo de selección

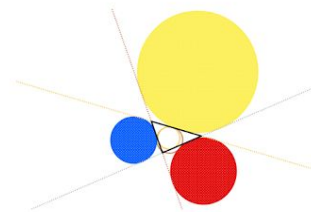
### **Recursos**

La academia de matemáticas necesitará que la institución provea un lugar adecuado para preparar a los estudiantes de los grupos de entrenamiento que se formen durante el transcurso del año, así como de la reproducción física del material que se requiera entregar durante los entrenamientos y competencias internas. Para evaluar a estos estudiantes en la Olimpiada interna se requerirá entregar a cada estudiante las hojas impresas necesarias con los enunciados de cada prueba que se tome, así como también hojas en blanco para hacer sus cálculos y escribir sus soluciones.

Se aplicará una contribución fija mensual de \$1200 durante nueve meses, desde mayo hasta enero. Este costo comprende un entrenador calificado por la OMEC quien se encargará de la elaboración de la Olimpiada Interna y el entrenamiento a los grupos de selección que se formen en la institución. Los entrenamientos son 3 horas al día, 3 días a la semana. En este detalle no se incluye las horas de preparación, calificación, planificación y evaluación, que se sobreentiende también implican un costo humano que corre por cuenta de la organización.

Nuestra organización cuenta con varios matemáticos olímpicos que reúnen el perfil requerido. Sin embargo, para llevar a cabo con excelencia la labor descrita en este proyecto, contamos con cupos limitados para las instituciones educativas. Nos reservamos el derecho de abstenernos a recibir aplicaciones.





### Observaciones y Recomendaciones

De acuerdo a nuestra amplia experiencia previa con otras instituciones, nos tomamos la libertad de dar las siguientes observaciones y recomendaciones para maximizar la mejora del desempeño de los estudiantes:

- Es bueno tomar en cuenta que, para los alumnos que integren la Academia de Matemáticas, **su nota en esta materia debe ser exclusiva responsabilidad del entrenador** durante el tiempo que sean miembros de la misma.
- Los alumnos, para crecer en su formación matemática, necesitan **todos los estímulos y reconocimientos posibles**, no solo de su entrenador, sino de todo el colegio, como institución. Especialmente de sus directivos y otros profesores.

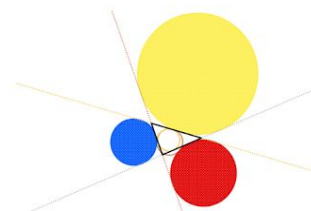
Los resultados obtenidos en la implementación de proyectos en otras instituciones nos indican que, según la atención prestada por el plantel, tan sólo un año después de iniciado el trabajo de la Academia de Matemáticas, la institución estará compitiendo regularmente entre los 10 mejores y, después de 2 años, ya está en capacidad de pelear entre los 5 o 3 mejores.

Es muy usual que, a partir del **tercer año de trabajo**, el club de matemáticas formado en la institución se vuelva académicamente autosuficiente. Es decir, sus propios alumnos habrán adquirido el nivel necesario para convertirse en entrenadores y tomar las riendas de la academia de su propia institución. Incentivar este fenómeno ha catapultado los resultados de las instituciones que han sabido aprovecharlo.

El ambiente internacional de Olimpiadas fomenta el altruismo académico, el auto aprendizaje, trabajo en equipo, equidad, honestidad y transparencia. Es por esto que es muy común entre quienes participan en este tipo de competencias, que se contagien de estos valores positivos y lo transmitan con entusiasmo a sus compañeros.

Si estás interesado en formar parte del selecto grupo de instituciones que impulsan este proyecto, escríbenos a [info@omec-mar.org](mailto:info@omec-mar.org) con todos los detalles de tu institución y nosotros nos comunicaremos contigo.





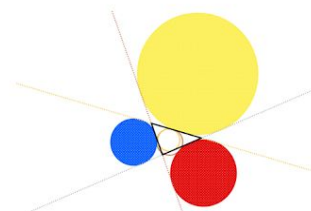
Los contenidos pueden incluir, pero no se limitan, a los siguientes:

## **Geometría**

1. Geometría Plana Elemental
  - 1.1. **Congruencia de Triángulos**
  - 1.2. **Semejanza de Triángulos**
  - 1.3. **Teorema de Pitágoras**
  - 1.4. Puntos y rectas importantes del triángulo
    - 1.4.1. Las medianas
    - 1.4.2. Las bisectrices
    - 1.4.3. Las mediatrices
    - 1.4.4. Las alturas
    - 1.4.5. Bisectrices externas
    - 1.4.6. Simedianas
  - 1.5. Ángulos de la circunferencia
  - 1.6. Cuadriláteros Cíclicos
  - 1.7. Potencia de Punto
  - 1.8. Lugares Geométricos
2. Geometría del Triángulo
  - 2.1. La Recta de Euler
  - 2.2. La circunferencia de los nueve puntos
  - 2.3. Teorema de Ceva
  - 2.4. Teorema de Menelao
  - 2.5. Incírculo y Excírculos
  - 2.6. Trigonometría
  - 2.7. Desigualdades Geométricas
3. Geometría del Círculo
  - 3.1. Homotecia
  - 3.2. Semejanza Espiral
  - 3.3. Inversión
  - 3.4. Construcciones Geométricas

## **Combinatoria**

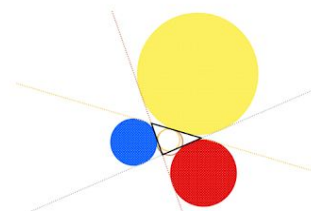
1. **Principios Básicos**
  - 1.1. **Principio Fundamental del Conteo**
  - 1.2. **Permutaciones**
  - 1.3. **Combinaciones**
2. Teorema del Binomio



3. Inducción Matemática
4. Caminos
5. Principio de Inclusión y Exclusión
6. Probabilidad
7. Principio de las Casillas
8. Separadores
9. Coloraciones
10. Principio del Elemento Extremo
11. Biyecciones
12. Monovariantes e Invariantes
13. Geometría Combinatorial

### **Teoría de Números**

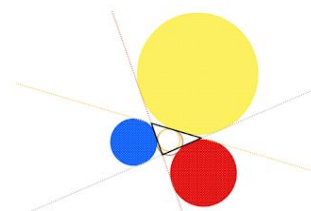
1. Divisibilidad
  - 1.1. Divisibilidad
  - 1.2. Algoritmo de la División
  - 1.3. Sistemas de Numeración
2. **Máximo Común Divisor y Mínimo Común Múltiplo**
  - 2.1. **Máximo Común Divisor (Algebraicos)**
  - 2.2. **Algoritmo de Euclides**
  - 2.3. **Mínimo Común Múltiplo**
3. Ecuaciones Diofánticas
  - 3.1. Ecuaciones Diofánticas Lineales
  - 3.2. Ternas Pitagóricas
  - 3.3. Principio del Mínimo
  - 3.4. Ecuaciones de Pell
4. Primalidad y Factorización
  - 4.1. Números Primos y Factorización
  - 4.2. Función  $\sigma$  y Función  $\tau$
  - 4.3. La sucesión de Números Primos
5. Aritmética Modular
  - 5.1. Congruencias Modulares
  - 5.2. Ecuaciones Lineales de Congruencia
  - 5.3. Pequeño Teorema de Fermat y Euler
  - 5.4. Orden de un número
6. Raíces Primitivas y Residuos Cuadráticos
  - 6.1. Raíces Primitivas
  - 6.2. Residuos Cuadráticos



- 6.3. Suma de Cuadrados
- 7. Ley de la Reciprocidad Cuadrática
- 7.1. Símbolo de Legendre
- 7.2. Ley de la Reciprocidad Cuadrática
- 7.3. Símbolo de Jacobi

## Algebra

- 1. Conceptos Básicos
  - 1.1. **Valor Absoluto**
  - 1.2. **Parte entera y parte fraccionaria**
  - 1.3. Productos notables
  - 1.4. **Matrices y determinantes**
  - 1.5. Desigualdades
  - 1.6. Factorización
- 2. Progresiones y sumas finitas
  - 2.1. **Progresiones Aritméticas**
  - 2.2. **Progresiones Geométricas**
  - 2.3. Sumas Telescópicas
- 3. Polinomios cuadráticos y cúbicos
- 4. Números complejos
  - 4.1. Números complejos y sus propiedades
  - 4.2. Polinomios cuadráticos con coeficientes complejos
  - 4.3. Teorema fundamental del Algebra
  - 4.4. Raíces de Unidad
- 5. Funciones y ecuaciones funcionales
  - 5.1. **Funciones**
  - 5.2. **Propiedades de funciones**
  - 5.3. Ecuaciones funcionales del tipo Cauchy
  - 5.4. Ecuaciones en diferencias e iteraciones
- 6. Sucesiones y Series
  - 6.1. Definición de sucesión
  - 6.2. Propiedades de sucesiones
  - 6.3. Series de potencias
  - 6.4. La fórmula de la suma de Abel
  - 6.5. Convergencia de sucesiones y series
- 7. Polinomios
  - 7.1. Polinomios en una variable
  - 7.2. Algoritmo de la división



- 7.3. Raíces de un polinomio
- 7.4. Fórmulas de Vieta
- 7.5. Polinomios con coeficientes enteros
- 7.6. Polinomios Irreducibles
- 7.7. La derivada y raíces múltiples
- 7.8. La fórmula de interpolación
- 7.9. Técnicas para encontrar raíces
- 7.10. Polinomios que conmutan
- 7.11. Polinomios de varias variables

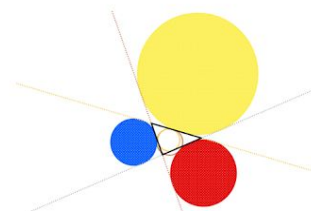
El concepto de una Academia de Matemáticas no es solo una actividad para alumnos más avanzados y talentosos, sino que les muestra las matemáticas en su realidad, como las usa un matemático, cuyo énfasis no está en un montón de teoría, sino en dominar unas 15 ideas básicas, que se aplican una y otra vez, de forma cada vez más sofisticada.

Ejemplos de esas ideas son:

- los **invariantes** (¿qué es lo que nunca cambia?),
- el **Principio de las Casillas**,
- el Principio de Inclusión-Exclusión,
- el Principio Extremo,
- demostraciones por coloración,
- combinatoria enumerativa,
- recurrencia., etc.

Todas ideas muy simples, pero que llegan a tener usos muy complejos, cuando se emplea ingenio y creatividad. Nada de esto es parte del currículo regular de un colegio, pero sí del currículo matemático escolar internacional. En un entorno donde imperan las notas es casi imposible plantear al joven **PROBLEMAS MUY DIFÍCILES** que, muy probablemente no los resolverán, o los solucionarán de forma incompleta. En la medida que se lo **DISOCIA** de una **NOTA**, el alumno **NO TEME A LOS GRANDES DESAFÍOS**.

La mejor forma de aprender matemáticas es resolviendo problemas; en otras palabras, **PARA APRENDER MATEMÁTICAS ES NECESARIO HACER MATEMÁTICAS**. Aquí conviene recordar que solo en muy pocas ocasiones la solución de un problema se nos ocurre de inmediato. Casi siempre se necesita esfuerzo, concentración y grandes cantidades de papel. Los matemáticos profesionales trabajan horas, días, semanas o meses para resolver un problema. La historia de las matemáticas está llena de problemas no resueltos antes que de problemas solucionados. Algunos fueron resueltos después de siglos y otros, aún esperan solución.



Por eso un estudiante no debe desanimarse, si no consigue resolver un problema. Lo importante es INTENTARLO MUCHAS VECES, abandonarlo otras tantas y RETOMARLO UNA VEZ MÁS. Es la única manera de aprender. Una actividad pasiva en el aprendizaje llevará a un conocimiento incompleto, inseguro y efímero. Para entender los diversos aspectos de un asunto, ganar confianza y grabar de un modo definitivo lo que se aprendió, es necesaria la experiencia, repetida varias veces, de TRANSFORMAR INTERROGACIONES EN AFIRMACIONES (e incluso, si fuera posible, ¡en EXCLAMACIONES!).

Es preciso DUDAR, CUESTIONAR, ESPECULAR, INDAGAR, CONJETURAR, BUSCAR CAMINOS, IMAGINAR CONSTRUCCIONES, INVESTIGAR INTERCONEXIONES, FORZAR EL RACIOCINIO Y EJERCITAR LA MENTE. Este proceso es muy similar al que usamos para desarrollar la musculatura. Es el mismo principio y la misma conclusión: EJERCITARSE, pero ejercitarse HACIENDO PROBLEMAS antes que meros ejercicios. ¡PROBLEMAS DESAFIANTES y ESTIMULANTES!