



## LISTA SEMANAL

**Fecha:**

2014/Dic/1

### Nivel 1

Determinar el dígito de las unidades del número

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 2013 \cdot 2015$$

### Nivel 2

Un trapecio  $ABCD$  con  $AB$  paralelo a  $CD$  y  $AD < CD$  es inscrito en una circunferencia  $w$ . Sea  $DP$  una cuerda paralela a  $AC$ . La tangente a  $w$  en  $D$  corta a la recta  $AB$  en  $E$ , y las rectas  $BP$  y  $CD$  se intersectan en  $Q$ . Demostrar que  $EQ = AC$ .

### Nivel 3

Sean  $x, y, z$  números reales no negativos tales que  $x + y + z = 3$ . Demostrar que

$$x^2 + y^2 + z^2 + xyz \geq 4$$

### Nivel U

Sea  $(F_n)_n$  la sucesión de Fibonacci. Demostrar que

$$F_{n+1} F_{n-1} - F_n^2 = (-1)^n$$

**Nota:** La sucesión de Fibonacci se define como  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ ,  $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ ;  $\forall n \geq 1$ .