

## LISTA SEMANAL

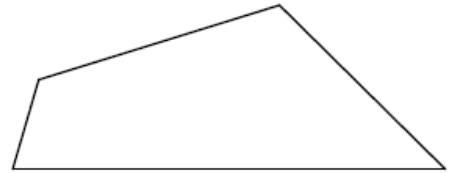
**Fecha:**

2014/Dic/22

### Nivel 1

De un cuadrilátero de papel como el de la figura, hay que recortar un nuevo cuadrilátero cuya área sea igual a la mitad del área del cuadrilátero original. Solo se puede doblar una o más veces y cortar por algunas de las líneas de los dobleces.

Describir los dobleces y los cortes y justificar que el área es la mitad.



### Nivel 2

Alrededor de una mesa redonda están sentados representantes de  $n$  países ( $n \geq 2$ ), de modo que satisfacen la siguiente condición: si dos personas son del mismo país, entonces sus respectivos vecinos de la derecha no pueden ser de un mismo país. Determinar para cada  $n$ , el número máximo de personas que puede haber alrededor de la mesa.

### Nivel 3

Sean  $a, b, c$  reales positivos tales que  $a + b + c = 3$ . Demostrar que

$$\frac{a^2}{a + \sqrt[3]{bc}} + \frac{b^2}{b + \sqrt[3]{ac}} + \frac{c^2}{c + \sqrt[3]{ab}} \geq \frac{3}{2}$$

y determinar el caso de igualdad.

### Nivel U

Sea  $z$  un número complejo con  $|z + 1| > 2$ . Demostrar que  $|z^3 + 1| > 1$ .