



LISTA SEMANAL

Fecha:

2015/Ago/31

Nivel 1

Se tienen cuatro llaves de agua y una piscina. La primera y la segunda llave trabajando juntas llenan la piscina en 2 horas. La segunda y la tercera llave trabajando juntas la llenan en 3 horas. La tercera y la cuarta llave trabajando juntas la llenan en 4 horas. ¿Cuánto tiempo tardan en llenar la piscina la primera y la cuarta llave trabajando juntas?

Nivel 2

Simplificar $\sqrt{2^{2010} + 2^{1006} + 1} - \sqrt{2^{2010} - 2^{1006} + 1}$.

Nivel 3

Sean A , B y C puntos colineales del plano tales que B está entre A y C . Sea S la circunferencia de diámetro AB y l una recta que pasa por C , que no interseca a S y que no es perpendicular a la recta AC . Los puntos M y N son los pies de las alturas trazadas desde A y B a la recta l . Desde C se trazan dos rectas tangentes a S , donde P es el punto de tangencia más cercano a l . Demostrar que $MPBC$ es cíclico si y sólo si las rectas BM y AN son perpendiculares.

Nivel U

Sea $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua tal que

$$\int_0^n f(x)f(n-x)dx = \int_0^n (f(x))^2 dx$$

para todo entero $n \geq 1$. Demostrar que f es periódica.