



LISTA SEMANAL

Fecha:

2015/Feb/16

Nivel 1

Determinar el valor de $a - b$ si

$$a = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2005^2$$

y

$$b = (1 \times 3) + (2 \times 4) + (3 \times 5) + \dots + (2004 \times 2006)$$

Nivel 2

El triángulo ABC está inscrito en una circunferencia. Dos cuerdas se dibujan desde el vértice A , intersectando al lado BC y al arco BC en los puntos K, L y M, N respectivamente. Demostrar que si el cuadrilátero $KLNM$ es cíclico entonces el triángulo ABC es isósceles.

Nivel 3

Veintitrés amigos se reúnen diariamente a jugar fútbol. Cada uno de ellos tiene asignado un número entero no negativo fijo. Cada día, estos amigos eligen a uno entre ellos para que haga el papel de árbitro, mientras que los restantes se separan en dos equipos de once personas cada uno, de manera que la suma en cada equipo de los números asignados sea la misma. Curiosamente esto es siempre posible, sin importar la persona que haya sido seleccionada como árbitro. Demostrar que todos los veintitrés amigos tienen asignado el mismo número.

Nivel U

Sea $P(x) = x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ un polinomio de coeficientes complejos. Demostrar que si $P(x)$ tiene exactamente m raíces distintas, con $1 < m \leq n$, entonces al menos uno de los coeficientes a_1, a_2, \dots, a_m es diferente de 0.