



LISTA SEMANAL

Fecha:

2015/Feb/23

Nivel 1

El triángulo ABC es rectángulo e isósceles, con $AB = AC$. P es un punto del lado AB tal que $\angle APC = 68^\circ$. R es un punto del lado BC tal que $AR \perp CP$. ¿Cuál es la medida del ángulo BRA ?

Nivel 2

A cada entero positivo n se le asocia un entero no negativo $f(n)$ de modo que se cumplen las siguientes condiciones:

(i) $f(ab) = f(a) + f(b)$

(ii) $f(n) = 0$, si n es primo mayor que 10

(iii) $f(1) < f(243) < f(2) < 10$

Hallar $f(1998)$ sabiendo que es menor que 10.

Nivel 3

Demostrar que existe un entero positivo n tal que

$$10^{1!} + 10^{2!} + 10^{3!} + \dots + 10^{n!}$$

sea divisible para los primeros 2015 números primos.

Nivel U

Sea $F_0 = \ln x$. Para todo entero $n \geq 0$ y todo $x > 0$, se define:

$$F_{n+1}(x) = \int_0^x F_n(t) dt$$

Demostrar que $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! F_n(1)}{\ln n}$ existe y evaluar el límite.