



## LISTA SEMANAL

**Fecha:**

2015/Jun/29

### Nivel 1

Sean  $A, B, C, D, E, F, G$  siete vértices consecutivos de un polígono regular de 15 lados. Las diagonales  $AE$  y  $CG$  se cortan en  $P$ . Calcular la amplitud del ángulo  $APG$ .

### Nivel 2

Sea  $S(n)$  la suma de los dígitos de  $n$ . Si  $S(n) = S(2n)$ , demostrar que  $9 \mid n$ .

### Nivel 3

Sean  $x_1, x_2, \dots, x_n$  una sucesión de enteros tales que:

(i)  $-1 \leq x_i \leq 2; i = 1, 2, \dots, n$

(ii)  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 19$

(iii)  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 99$

Hallar los valores máximos y mínimos que puede tomar la expresión  $x_1^3 + x_2^3 + \dots + x_n^3$ .

### Nivel U

Sea  $C$  la circunferencia unitaria centrada en el origen. Un punto  $P$  se escoge aleatoriamente sobre la circunferencia  $C$  y otro punto  $Q$  se escoge aleatoriamente en el interior de la circunferencia  $C$ , ambos puntos se escogen independientes entre sí y uniformemente sobre sus respectivos dominios. Sea  $R$  un rectángulo que tiene los lados paralelos a los ejes cartesianos y  $PQ$  es una diagonal. ¿Cuál es la probabilidad de que  $R$  no tenga ningún punto fuera de la circunferencia  $C$ ?