



LISTA SEMANAL

Fecha:

2015/Mar/9

Nivel 1

La sucesión 121, 1221, 12221, ... contiene todos los números de la forma $1\underbrace{222\dots22}_n21$. La

cantidad de dígitos 2 indica la posición del número en la sucesión. Por ejemplo, el número 1222221 es el sexto término de la secuencia.

- (a) Dentro de los 2009 primeros términos de la sucesión, ¿cuántos son divisibles por 3?
(b) ¿Cuál es el menor número múltiplo de 1001 de la sucesión?

Nivel 2

Sea ABC un triángulo tal que $AB > AC > BC$. Sea D un punto sobre el lado AB de tal manera que $CD = BC$, y sea M el punto medio del lado AC . Demostrar que $BD = AC$ si y sólo si $\angle BAC = 2\angle ABM$.

Nivel 3

Las casillas de un tablero de 2015×2015 se pintan de negro o de blanco de acuerdo a la siguiente regla: cada sub-tablero de 2×2 (cuatro casillas con un vértice común) debe tener exactamente dos casillas blancas y dos negras. ¿De cuántas maneras puede colorearse el tablero?

Nivel U

Sea $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ una función con segunda derivada y que satisface la condición

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(f'(x))^2}{f''(x)f(x)} = \infty$$

Encontrar, si existe, el valor de $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf'(x)}{f(x)}$.