

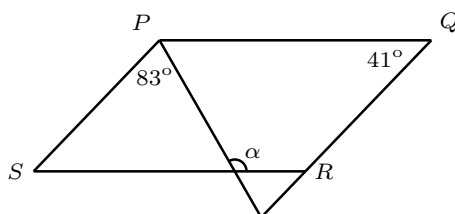
LISTA SEMANAL

Fecha:

2015/Oct/5

Nivel 1

En la figura, $PQRS$ es un paralelogramo. ¿Cuánto vale α ?



Nivel 2

Determinar todos los enteros positivos n para los cuales $5^{n-1} + 3^{n-1}$ divide a $5^n + 3^n$.

Nivel 3

Sea $A = (a_1, a_2, \dots, a_{2010})$ una secuencia de enteros positivos no necesariamente distintos. Sea m el número de triplas (a_i, a_j, a_k) con $1 \leq i < j < k \leq 2010$ tal que $a_j = a_i + 1$ y $a_k = a_j + 1$. Encontrar el máximo valor de m sobre todas las secuencias A .

Nivel U

Se considera el número

$$\alpha = 0.123456789101112\dots$$

formado por escribir uno tras otro todos los enteros positivos después del punto decimal.

Demostrar que para todo entero positivo k se tiene que el conjunto

$$A_k := \left\{ 10^{nk} \alpha - \lfloor 10^{nk} \alpha \rfloor : n \in \mathbb{N} \right\}$$

es denso en $[0, 1]$.