



## LISTA SEMANAL

**Fecha:**

2015/Sep/21

### **Nivel 1**

Considerar la secuencia oscilante 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, ...  
Determinar el término 2003º de la secuencia.

### **Nivel 2**

Sea  $ABC$  un triángulo con ángulo recto en  $B$  y sea  $P$  un punto sobre su circuncírculo. Sea  $X$  e  $Y$  los pies de las perpendiculares de  $P$  a los lados  $AB$  y  $AC$ . Demostrar que  $XY$  pasa por el punto medio de  $BP$ .

### **Nivel 3**

¿Cuántos subconjuntos de  $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$  existen tales que la diferencia entre cualesquiera dos de sus elementos sea mayor o igual que 3?

### **Nivel U**

Se sabe que  $\sum_{k>0} \frac{1}{k^2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$ . Se define  $f(n) = \sum_{0<k\leq n} \frac{1}{k^2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ .

Demostrar que existe un real  $a > 0$  tal que existe el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( f(n) - \frac{\pi^2}{6} + \frac{a}{n} \right) \cdot n^2$$

Calcular  $a$  de este límite.