



## LISTA SEMANAL

**Fecha:**

2015/Sep/7

### **Nivel 1**

En una isla hay 2015 habitantes. Cada uno de ellos siempre dice la verdad o siempre miente. Si a cada habitante se le pregunta ¿Cuántos mentirosos hay en la isla? Y las respuestas son 1, 2, 3,..., 2014, 2015, ¿Cuántos mentirosos hay en la isla?

### **Nivel 2**

Hallar todos los valores  $p$  para los cuales  $p$ ,  $p+10$  y  $p+14$  son números primos.

### **Nivel 3**

Sea  $n$  un entero mayor o igual a 2 y sean  $x_1, x_2, \dots, x_n$  números reales positivos. Demostrar que

$$4 \left( \frac{x_1^3 - x_2^3}{x_1 + x_2} + \frac{x_2^3 - x_3^3}{x_2 + x_3} + \dots + \frac{x_{n-1}^3 - x_n^3}{x_{n-1} + x_n} + \frac{x_n^3 - x_1^3}{x_n + x_1} \right) \leq (x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + \dots + (x_{n-1} - x_n)^2 + (x_n - x_1)^2$$

### **Nivel U**

Sean  $A, B \in M_4(\mathbb{R})$  tales que  $AB = BA$  y  $\det(A^2 + AB + B^2) = 0$ . Demostrar que

$$\det(A + B) + 3\det(A - B) = 6\det(A) + 6\det(B)$$